

文章编号:1007-2780(2019)02-0200-07

基于 helmert 的光雷数据融合处理方法

王春阳*, 刘少英, 张 月

(中国白城兵器试验中心, 吉林 白城 137001)

摘要:靶场弹道坐标测量的精度和稳定性是检测武器系统性能的重要技术指标。为获取高精度的弹道三维坐标, 提出了使用 Helmert 方差分量估计、最小二乘多站交会-Helmert 方差分量估计两种方法来处理雷达和光电经纬仪的观测数据。首先, 介绍了雷达、光电经纬仪交会测量原理和数学模型, 以及 Helmert 方差分量估计模型及计算过程。然后, 研究了将验后估计思想加入到交会模型的实现方法。最后通过对算例数据进行解算分析, 证明本文方法的有效性和可行性。结果表明: 最小二乘多站交会与 Helmert 方差分量估计结合法, 在 X 、 H 、 Z 方向上的解算精度均小于 1 m。

关键词: 雷光联测; 弹道坐标测量; Helmert 方差分量估计

中图分类号: TB869⁺.5 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/YJYXS20193402.0200

Data fusion processing method of the joint radar and photoelectric-theodolite based on Helmert

WANG Chun-yang*, LIU Shao-ying, ZHANG Yue

(Baicheng Ordnance Test Center of China, Baicheng 137001, China)

Abstract: The accuracy of the measured ballistic coordinates in the shooting range are key technical factors which determine the performances of the weapon system. In this paper, we used Helmert methodology in terms of Helmert type for estimating variance component (HTEVC) and integrated multi-station intersection least squares (MSI-LS) and HTEVC to process the joint radar and photoelectric-theodolite measurements. The mathematical model and measuring geometry were introduced. The estimation processes and models of HTEVC were illustrated. The method that integrated posteriori estimation into the MSI model was investigated. Finally, the effectiveness and feasibility of our method were certified by example data. The simulation results indicate the integrated MSI-LS and HTEVC can achieve less than 1 m accuracy in X , H , and Z directions.

Key words: joint radar and photoelectric-theodolite; observations ballistic coordinates measurement; Helmert variance component estimation

收稿日期: 2018-08-06; 修订日期: 2018-11-06.

基金项目: 军队试验技术研究项目

Supported by Military Test Technology Research Project

* 通信联系人, E-mail: 2464694503@qq.com

1 引言

随着我国武器系统的快速发展,靶场试验任务对测试设备的要求越来越高^[1]。光电经纬仪作为飞行目标外弹道测量的主要手段,具有精度高、直观性强等优点,但只能提供目标的角度信息^[2]。雷达可以提供较高精度的测距信息,但测角精度较低^[3]。为充分发挥经纬仪和雷达各自的优点,近年来,部分靶场将光电经纬仪和雷达联合起来对同一飞行目标进行跟踪测量,事后将雷达的测距数据和经纬仪测角数据进行融合,实现联合会定位^[4]。

20 世纪 70 年代初,数据融合的概念被提出,它是指将多种技术手段给出的测量信息融合处理,以获得目标参数的精确估值^[5]。目前,国内相关机构对雷达光电经纬仪多站交会方法进行了大量研究^[6-8]。文献[6]根据角度、距离观测值与目标空间坐标的几何关系,建立观测方程,并对其线性化,得到平差模型。文献[7]将样条约束方法应用于角度、距离和速度测量数据的融合处理。文献[8]利用经纬仪测角信息和附近的雷达测距信息进行融合,得到目标相对于雷达的方位角和俯仰角,从而确定目标的空间位置。上述研究的方法均将经纬仪的测角数据和雷达的测距信息一同加入到解算模型中,充分利用经纬仪和雷达各自的优势,提高了目标的定位精度。但在处理方法上存在一些问题,如文献[6]和[7]的方法只建立了函数模型,并未考虑随机模型,角度观测值和距离观测值单位不同,属于不同类型的观测量,难以估计他们的方差,从而不能精确定权。而文献[8]本质上并没有采用交会的算法,得出的结果仅比雷达单台定位精度高,并且可靠性较低。

如何在联合平差中合理地确定不同类观测值之间的权比,是数据融合处理的关键。处理这类问题的一般方法是根据仪器出厂标明的精度估算各自的方差,从而定权,但实践证明,这种方法是不够精确的^[9]。因此,许多学者将验前定权改为验后定权,提出了方差分量估计法,它是通过迭代计算,对不同类的观测值进行重新定权,使他们的单位权中误差最大限度趋于一致,从而使权的分配更加合理^[10]。

为了更好地发挥雷达和光电经纬仪各自的

优势,使两者采集的数据能更好进行融合,进而获取精度更高的弹道三维坐标,本文提出了两种雷达光电经纬仪联测数据处理方法。针对角度观测值和距离观测值属于不同类型的观测量,难以精确定权的问题,引入了基于方差分量估计的多站交会方法;为了解决方差分量估计法处理结果中出现的“尖刺”,提出了将最小二乘多站交会与 Helmert 方差分量估计结合的处理方法。最后,通过对算例数据进行分析及验证,证明本文方法的可行性和有效性。

2 原理及数学模型

2.1 雷达、光电经纬仪交会测量模型

如图 1 所示,靶场坐标系为 $O-XHZ$,光电经纬仪和雷达的测量值分别为方位角 A_i 、高低角 E_i 及距离 R_i 。根据几何投影关系可以得到下列关系式^[11]:

$$A_i = \arcsin \frac{z - z_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (z - z_i)^2}} + \begin{cases} 0 & z - z_i > 0, x - x_i > 0 \\ \pi & x - x_i < 0 \\ 2\pi & z - z_i < 0, x - x_i > 0 \end{cases}, \quad (1)$$

$$E_i = \arctan \frac{h - h_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (z - z_i)^2}}, \quad (2)$$

$$R_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (h - h_i)^2 + (z - z_i)^2}. \quad (3)$$

由于公式(1~3)是非线性方程,需要做线性化处理,对公式(1~3)在初值 (x_0, h_0, z_0) 处做泰勒级数展开,省略二次以上的高阶项,建立误差方程:

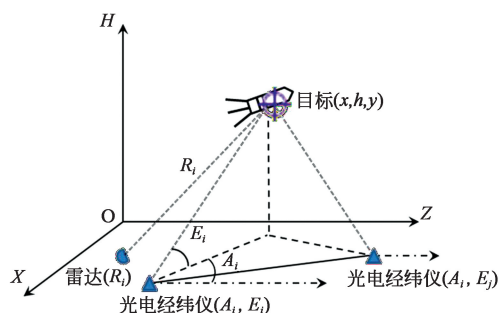


图 1 雷达、光电经纬仪与飞行目标的关系

Fig.1 Relationship between radar, photoelectric theodolite and flight target

$$V = BX - L, \quad (4)$$

式中 $X = (\delta x, \delta h, \delta z)$ 为炸点坐标的改正数, $L = [A_1 - A_1' \quad E_1 - E_1' \quad \cdots \quad A_N - A_N' \quad E_N - E_N' R_1 - R_1' \quad \cdots \quad R_N - R_N']$ 为改正数向量。 $A_i' E_i' R_i'$ 由初值代入公式(1-3)得出, V 为误差改正量。

系数矩阵为:

$$B^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial x} & \frac{\partial E_1}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial A_N}{\partial x} & \frac{\partial E_N}{\partial x} & \frac{\partial R_1}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial R_N}{\partial x} \\ \frac{\partial A_1}{\partial h} & \frac{\partial E_1}{\partial h} & \cdots & \frac{\partial A_N}{\partial h} & \frac{\partial E_N}{\partial h} & \frac{\partial R_1}{\partial h} & \cdots & \frac{\partial R_N}{\partial h} \\ \frac{\partial A_1}{\partial z} & \frac{\partial A_1}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial A_N}{\partial z} & \frac{\partial E_N}{\partial z} & \frac{\partial R_1}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial R_N}{\partial z} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial x} = -\frac{x_0 - x_i}{L_i}, \frac{\partial A_i}{\partial h} = 0, \frac{\partial A_i}{\partial z} = \frac{z_0 - z_i}{L_i};$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial x} = -\frac{(h_0 - h_i)(x_0 - x_i)}{\sqrt{L_i} R_i}, \frac{\partial E_i}{\partial h} = \frac{\sqrt{L_i}}{R_i},$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial z} = -\frac{(z_0 - z_i)(h_0 - h_i)}{\sqrt{L_i} R_i}; \frac{\partial R_i}{\partial x} = \frac{x_0 - x_i}{R_i},$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial h} = \frac{h_0 - h_i}{R_i}, \frac{\partial R_i}{\partial z} = \frac{z_0 - z_i}{R_i};$$

$$L_i = (x_0 - x_i)^2 + (z_0 - z_i)^2;$$

$$R_i = (x_0 - x_i)^2 + (h_0 - h_i)^2 + (z_0 - z_i)^2.$$

假设观测值之间相互独立, 权矩阵可设为

$$P = \text{diag}(1/\sigma_{A_1}^2, 1/\sigma_{A_1}^2, 1/\sigma_{A_2}^2, 1/\sigma_{A_2}^2, \cdots, 1/\sigma_{A_N}^2, 1/\sigma_{A_N}^2, 1/\sigma_{R_1}^2, 1/\sigma_{R_2}^2, \cdots, 1/\sigma_{R_N}^2).$$

由高斯-马尔可夫估计得^[12]:

$$X = (B^T P B)^{-1} B^T P L, \quad (5)$$

参数向量协方差阵为:

$$P_X = (B^T P B)^{-1}, \quad (6)$$

得出炸点坐标为:

$$x = x_0 + \delta x, y = y_0 + \delta y, z = z_0 + \delta z.$$

2.2 Helmert 方差分量估计模型

由上述的模型可以看出, 观测值分两类, 光电经纬仪的测角观测值和雷达的测距观测值。假设两类观测值之间相互独立, 其权阵分别为 P_1 、 P_2 。建立误差方程为:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \hat{X} - \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{01}^2/D(L_1) & 0 \\ 0 & \sigma_{02}^2/D(L_2) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中: V_1 、 V_2 、 B_1 、 B_2 、 L_1 、 L_2 代表的含义同公式(4)。

根据仪器出厂标明的精度可以得到 $D(L_1)$ 、 $D(L_2)$, 单位权方差 σ_{01}^2 、 σ_{02}^2 未知; 因此, 验前定的权阵不精确, 仅是估计值^[13], 可设 $\sigma_{01}^2 = \sigma_{02}^2$ 。

两类观测值的 Helmert 方差分量估计公式为:

$$S \overset{\wedge}{\theta} = W, \quad (9)$$

$$\text{式中: } W = \begin{bmatrix} V_1^T P_1 V_1 \\ V_2^T P_2 V_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1}, \hat{\theta} = \begin{bmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{02}^2 \end{bmatrix}_{2 \times 1},$$

$$S = \begin{bmatrix} m_1 - 2\text{tr}(N^{-1} N_1) + \text{tr}(N^{-1} N_1)^2 & \text{tr}(N^{-1} N_1 N^{-1} N_2) \\ \text{tr}(N^{-1} N_1 N^{-1} N_2) & m_2 - 2\text{tr}(N^{-1} N_2) + \text{tr}(N^{-1} N_2)^2 \end{bmatrix}, N = (B^T P B)^{-1},$$

$$N_1 = (B_1^T P_1 B_1)^{-1}, N_2 = (B_2^T P_2 B_2)^{-1}$$

m_1 和 m_2 为测角观测值数和测距观测值数。

求得各类观测值的单位权方差 σ_{01}^2 、 σ_{02}^2 , 判断 $\sigma_{01}^2 \approx \sigma_{02}^2$ 是否成立, 如果不成立, 从新定权^[14]:

$$P_1^{(k+1)} = \frac{c}{\sigma_{0i}^2} P_1^{(k+1)}, \quad (10)$$

其中: $c = \sigma_{01}^2$, 将调整后的权阵带回公式(9)从新计算, 此过程重复进行, 直到满足 $\sigma_{01}^2 \approx \sigma_{02}^2$ 。

3 算例与分析

3.1 数据与实验

依据质点运动方程在靶场坐标系下推算一条理论弹道, 用弹道三维坐标反推设备观测数据, 采样间隔为 0.1 s, 全弹道采集 925 个历元。假设设

备可以对弹道进行全程跟踪测量。选取 3 台光电经纬仪和 4 台雷达,每个历元可以获得 10 个观测数据,分别为 4 台雷达的 4 个测距数据和 3 台经纬仪的 6 个测角数据,依据设备实际精度,在测元数据中加入随机误差(角度误差为 40 s,距离误差为 1 m),设备与弹道轨迹的几何关系如图 1 所示,其中,3 台光电经纬仪和 4 台雷达均布设在弹道左侧。

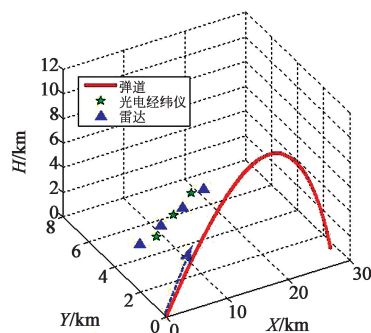


图2 雷达、光电经纬仪与弹道的空间几何关系。

Fig.2 Space geometric relationship between radar, photoelectric theodolite and trajectory

3.2 观测值不含粗差

首先,采用基于最小二乘估计的多站交会法对 3 台光电经纬仪的测角数据进行计算,结果如图 3 所示,解算误差在弹道的起始段(0~20 s)和末段(60~90 s)明显大于中间段(20~60 s)。这是由于解算结果除了受设备测量精度影响外,还与布站几何有关,通常用几何精度因子 GDOP 来描述定位精度与布站几何之间的关系,其值越大,说明定位精度越低。GDOP 计算公式为^[15]:

$$GDOP = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_h^2 + \delta_z^2} = \sqrt{\text{tr}(N^{-1})}. \quad (11)$$

用公式(11)计算弹道上每个测量点处的 GDOP 值,结果如图 4 所示,可以看出, GDOP 的

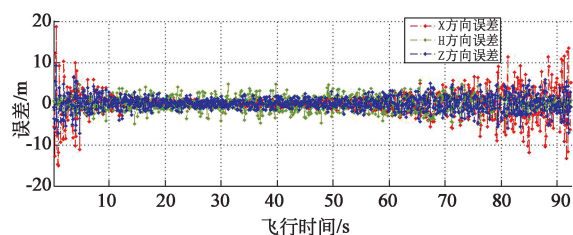


图3 采用最小二乘多站交会法计算的误差曲线

Fig.3 Error curve calculated by the least square multi station intersection method

变化趋势与图 3 中的误差变化趋势相一致。当目标处于弹道起始段和未段时, X 方向误差较大, 达到 10 m 以上, 而 H 方向相对稳定, 始终维持在 ± 3 m。说明 H 方向的精度受布站方式的影响小于其他方向。

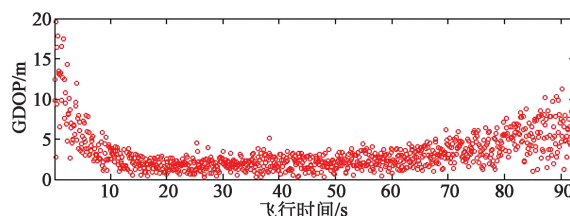


图4 弹道不同位置处的 GDOP 值

Fig.4 Value of GDOP at different positions of the trajectory

然后,采用 Helmert 方差分量估计法对雷达、光电经纬仪的测角、测距数据进行融合,解算全弹道各个历元的三维坐标,误差如图 5 所示。

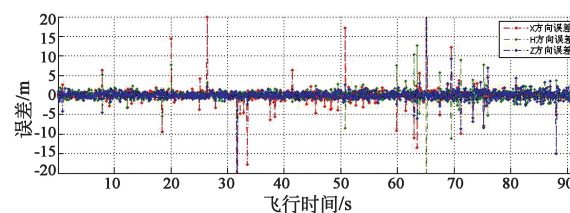


图5 Helmert 方差分量估计计算的误差曲线

Fig.5 Error curve calculated by Helmert variance component estimation

从图 5 可以看出,方差分量估计不受布站几何影响,每个历元处的解算精度趋向稳定,除个别点出现“尖刺”外,总体上误差基本在 5 m 以内。对出现“尖刺”处的数据进行进一步分析发现,在方差分量估计过程中,单位权方差估值出现了负值,计算每个历元处 S 矩阵(公式 9 中的矩阵)2 范数下的条件数^[16](一般认为 0~100 以内性能较好,而大于 1 000 性能较差,可认为是病态矩阵)。结果如图 6 所示,可以发现“尖刺”出现的时刻与条件数较大的时刻一致。因此可以证明由于 S 矩阵出现病态,致使单位权方差估值出现了负值,影响了解算精度。而 S 矩阵的病态性产生的原因可能是模型矩阵的列向量间存在复共线性关系,这会导致最小二乘估计结果变得不稳定^[17-18]。

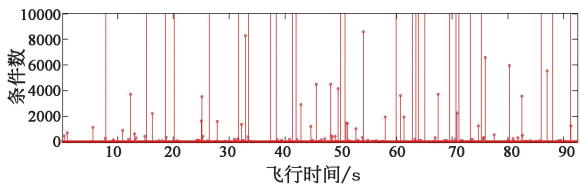


图 6 S 矩阵 2 范数下的条件数
Fig.6 Conditional number under the 2 norm of S matrix

针对 S 矩阵病态的问题,可采用有偏估计法对其进行处理,但是岭参数的确定是非常困难的,目前没有公认的好办法^[19]。本文提出了一种相对简单的处理方法,即采用最小二乘多站交会法与 Helmert 方差分量估计法相结合,这种方法的处理思路是,有“尖刺”的历元数据用前者解算,其他时刻数据用后者解算。具体处理方法是,首先按照 Helmert 方差分量估计法处理,发现单位权中误差为负值时,将 P_2 设置为零矩阵,即除去雷达测距信息对参数估计的影响。采用此方法的解算误差如图 7 所示。

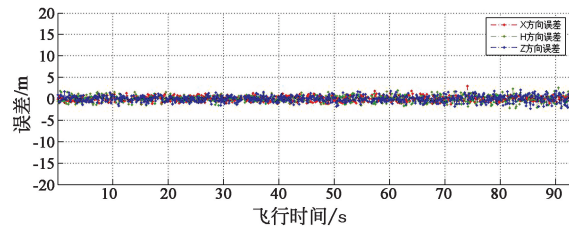


图 7 两种方法结合计算的误差曲线
Fig.7 Error curve calculated by the combination of the two methods

对比图 5、7 误差曲线,可以看出,两种方法结合,可以取各自的优势,达到理想的效果。这种处理方法计算简单、容易实现,不但能较好地解决“尖刺”问题,而且不受布站几何影响,提高了解算精度的同时,也提高了误差变化的稳定性,精度基本控制在 5 m 以内。

表 1 为 3 种方法解算结果的均方根 RMS,对比发现,方差分量估计法受“尖刺”影响,总体精度下降很多,变得不稳定;而最小二乘多站交会法在起始段和末段精度较差,也不稳定;将两种方法相结合,解算精度在 X 、 H 、 Z 方向均小于 1 m,明显

表 1 不同方法解算结果的均方根

Tab.1 RMS results of different methods

方法	RMS/m		
	X	H	Z
多站交会	3.413 4	1.745 0	2.068 2
方差分量估计	7.024 0	3.868 3	2.667 8
结合法	0.493 2	0.645 3	0.644 2

优于分别处理的结果。

3.4 结果

对算例进行分析可以总结出:

(1)基于最小二乘估计的多站交会法受布站几何影响较大,当 GDOP 值较高时,微小的误差也会对参数估值产生较大的影响,而 Helmert 方差分量估计法利用雷达测距信息能有效改善这种影响。

(2)Helmert 方差分量估计法存在一个问题,在估计过程中,单位权方差估值经常出现负值,致使误差曲线呈现一定数量的“尖刺”,“尖刺”的位置与单位权方差出现负值的位置一一对应。

(3)将最小二乘多站交会法与 Helmert 方差分量估计法结合,取两种算法各自的优点,不但可以有效降低布站几何的影响,又能去除“尖刺”,该方法在 X 、 H 、 Z 方向的解算精度均小于 1 m。

(4)当观测值中只含有角度信息时,可靠性指标受布站几何影响较大,观测值中较小的误差会对参数估值产生很大的影响,尤其是水平角,影响更为明显。

(5)造成 Helmert 方差分量估计产生“尖刺”的原因是 S 矩阵呈现病态,模型矩阵的列向量间存在复共线性关系。

4 结 论

通过算例数据对基于 Helmert 方差分量估计、最小二乘多站交会与 Helmert 方差分量估计相结合两种方法进行了分析和验证。结果证明:最小二乘多站交会与 Helmert 方差分量估计结合法,受布站几何的影响较小,还可以去除“尖刺”现象,在 X 、 H 、 Z 方向上的解算精度均小于 1 m。

参 考 文 献:

- [1] 张玲霞,马彩文,刘轶.靶场光电经纬仪多台交会测量的融合处理及其仿真分析[J].光子学报,2002,31(12): 1528-1532.
ZHANG L X, MA C W, LIU Y. Method research based on data fusion and simulation analysis of multi-theodolites by intersection [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, 31(12): 1528-1532. (in Chinese)
- [2] 吴能伟,陈涛.基于最小二乘估计的多站交会方法[J].光电工程,2008,35(12):1-4.
WU N W, CHEN T. Multi-station intersection method based on the least square estimation [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2008, 35(12): 1-4. (in Chinese)
- [3] 张润杰,李伟宗.天线差斜率对测量雷达测角精度的影响[J].现代雷达,2012,34(9):16-17,22.
ZHANG R J, LI W Z. Normalized difference slope in precision tracking radar angle accuracy [J]. *Modern Radar*, 2012, 34(9): 16-17, 22. (in Chinese)
- [4] 柴敏,余慧,宋卫红,等.光学无线电测量信息融合定位方法[J].光学学报,2012,32(12):1212002.
CHAI M, YU H, SONG W H, *et al.* Joint positioning method for data fusion of photo-electric theodolite and radar [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(12): 1212002. (in Chinese)
- [5] 姜同春.基于多源信息融合的高精度弹道构建方法研究与应用[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2014:2-3.
JIANG T C. Method to generate high precision trajectory based on multi-souce information fusion and application [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014: 2-3. (in Chinese)
- [6] 张密太,侯宏录,权贵泰.光电经纬仪多站交会测量布站方法及仿真[J].西安工业学院学报,2005,25(1):20-22.
ZHANG M T, HOU H L, QUAN G Q. Research and simulation of distribution of intersection measurement points with multiple photoelectric theodolites [J]. *Journal of Xi'an Institute of Technology*, 2005, 25(1): 20-22. (in Chinese)
- [7] 李国友,付承毓,何培龙.雷达光电经纬仪外测数据的融合处理方法[J].光电工程,2012,39(10):21-25,115.
LI G Y, FU C Y, HE P L. A method of fusion processing for the tracking data of radar photoelectric theodolites [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2012, 39(10): 21-25, 115. (in Chinese)
- [8] 陶家园,王克逸,罗国雄.用于外场试验的交会测量[J].光学精密工程,2015,23(8):2369-2373.
TAO J Y, WANG K Y, LUO G X. Intersection measurement for field tests [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(8): 2369-2373. (in Chinese)
- [9] 沈云中,陶本藻.实用测量数据处理方法[M].北京:测绘出版社,2012.
SHEN Y Z, TAO B Z. *Practical Methods for Surveying Data Processing* [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2012. (in Chinese)
- [10] 雷前坤,张幸,张俊.赫尔默特方差分量估计在导线平差中的应用[J].测绘与空间地理信息,2015,39(11):108-109,114.
LEI Q K, ZHANG X, ZHANG J. The Helmert variance component estimation and its application in the traverse adjustment [J]. *Geomatics & Spatial Information Technology*, 2015, 39(11): 108-109, 114. (in Chinese)
- [11] 曾凡桥,陈国光,高小东.UKF滤波算法在弹箭落点估计中的应用[J].弹箭与制导学报,2017,37(1):73-76.
ZENG F Q, CHEN G G, GAO X D. Application of unscented Kalman filter filtering algorithm in estimation of projectile point of fall [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2017, 37(1): 73-76. (in Chinese)
- [12] 李德仁,袁修孝.误差处理与可靠性理论[M].武汉:武汉大学出版社,2002.
LI D R, YUAN X X. *Error Processing and Reliability Theory* [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2002. (in Chinese)
- [13] 张勇,田林亚,徐君民.抗差方差分量估计在GPS/GLONASS组合导航中的应用[J].测绘科学技术学报,2013,30(2):132-135.
ZHANG Y, TIAN L Y, XU J M. Applications of robust variance component estimation in GPS/GLONASS integrated navigation [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2013, 30(2): 132-135. (in Chinese)
- [14] 何帆,高成发,潘树国.方差分量估计在多卫星导航系统联合定位中的应用[J].导航定位学报,2013,1(3):56-61.

- HE F, GAO C F, PAN S G. Application of robust Helmert variance component estimation in GPS/BDS/GLO-NASS integrated positioning [J]. *Journal of Navigation and Positioning*, 2013, 1(2): 56-61. (in Chinese)
- [15] 周杰, 刘哲, 刘长安. 多台光电经纬仪布站几何的仿真研究[J]. 计算机仿真, 2011, 28(8): 24-28.
- ZHOU J, LIU Z, LIU C A. Simulation research on disposition geometry of multiple photoelectric theodolites [J]. *Computer Simulation*, 2011, 28(8): 24-28. (in Chinese)
- [16] 刘新竹, 康志忠. 后方交会模型病态问题分析与改善[J]. 黑龙江工程学院学报, 2014, 28(3): 15-18.
- LIU X Z, KANG Z Z. Analysis and optimization of ill-posed model in space resection [J]. *Journal of Heilongjiang Institute of Technology*, 2014, 28(3): 15-18. (in Chinese)
- [17] 姜兆英, 刘国林, 于胜文. 病态方程基于 Liu 估计的一种迭代估计新方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2017, 42(8): 1172-1178.
- JIANG Z Y, LIU G L, YU S W. A new Iterative estimator method based on Liu estimator for ill-posed equations [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(8): 1172-1178. (in Chinese)
- [18] 归庆明, 郭建锋, 易维勇. Gauss-Markov 模型参数的部分根方估计[J]. 测绘学院学报, 2001, 18(4): 235-237.
- GUI Q M, GUO J F, YI W Y. Partial root estimator of parameters in Gauss-Markov model [J]. *Journal of Institute of Surveying and Mapping*, 2001, 18(4): 235-237. (in Chinese)
- [19] 崔希璋, 於宗伟, 陶本藻, 等. 广义测量平差 [M]. 第 2 版. 武汉: 武汉大学出版社, 2009.
- CUI X Z, YU Z C, TAO B Z, et al. *Principle of Generalized Surveying Adjustment* [M]. 2nd ed. Wuhan: Wuhan University Press, 2009. (in Chinese)

作者简介:



王春阳(1983—),男,北京通州人,硕士,工程师,2011 年于 XX 获得硕士学位,研究方向为终点坐标测试。E-mail: 2464694503@qq.com